

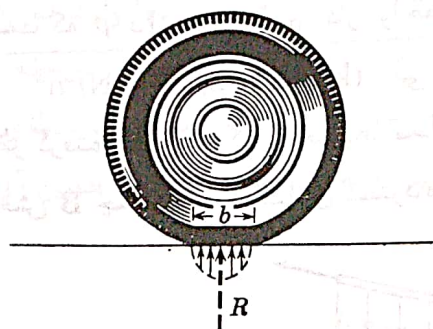
بارهای گسترده

۵-۱. مقدمه

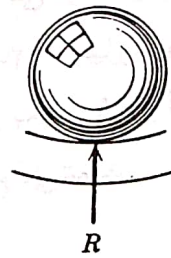
در فصل‌های گذشته تنها با نیروهای متمرکز سروکار داشتیم. با اینکار توانستیم مدل مناسبی از نیرو را بدست آوریم. واقعیت این است که در عمل نیروی متمرکز به مفهومی که تعریف گردید وجود ندارد. به این خاطر که هر نیروی خارجی اعمال شده به سیستم در یک سطح محدود معین وارد می‌شود. نیروی وارد شده به چرخ اتومبیل از طرف جاده به سطح تماس آن با جاده اثر می‌کند و اگر لاستیک کم باد باشد این سطح بیشتر می‌باشد (شکل ۵-۱ الف). چنانچه عرض بارگذاری b در مقایسه با ابعاد دیگر مثلاً "فاصله بین چرخ‌ها ناچیز باشد، می‌توان از آن صرف‌نظر کرد و نیروی وارد شده را به طور متمرکز در نظر گرفت. بدین ترتیب تقریب قابل ملاحظه‌ای پیش نخواهد آمد. در عمل نیروی تماس بین توپ بلبرینگ و بدنه سیستم و نیز نیروی وارد شده به عضو دو سر مفصل نیز گسترده بوده و متمرکز نیست.

چنانچه بخواهیم توزیع نیروهای داخلی بوجود آمده در یک عضو را در نزدیکی محل اعمال بار بدست آوریم، یعنی ناحیه‌ای که مقدار کرنش و تنش قابل ملاحظه می‌باشد. برای این منظور دیگر بار را متمرکز فرض نکرده و سعی می‌کنیم توزیع واقعی آن را در نظر بگیریم. به این خاطر لازم است که اطلاعاتی از خصوصیات مکانیکی ماده بکار رفته در ساخت عضو داشته باشیم. این مطلب زمینه مطالعه در مکانیک جامدات عالی بوده و مربوط به تئوری الاستیسیته می‌باشد.

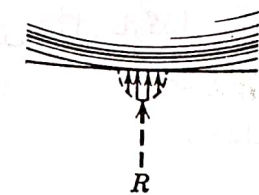
زمانیکه ابعاد منطقه بارگذاری قابل ملاحظه باشد نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد و باید بار را به صورت واقعی آن یعنی گسترده در نظر گرفت. برای رسیدن به کل بار لازم است از بار در سطح وارد شده انتگرال گرفت.



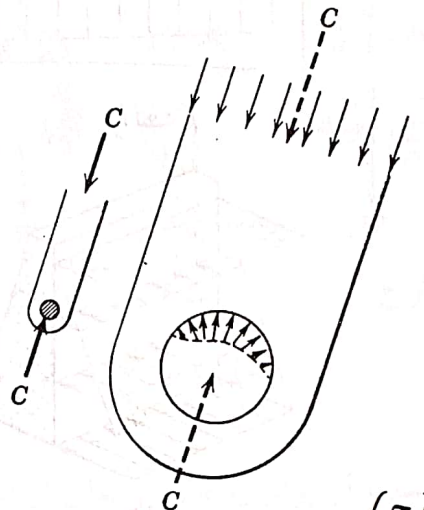
(الف)



جزئیات سطح تماس



(ب)



(ج)

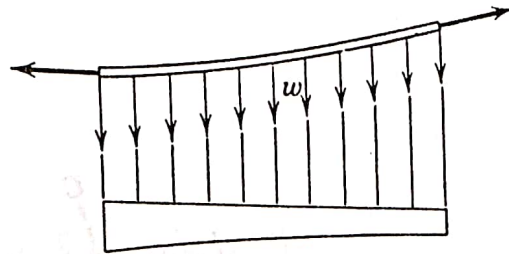
شکل ۵ - ۱

بارگسترده خطی. که در یک خط اعمال می شود، مثل بار اعمال شده به کابل در شکل ۵ - ۲ الف. شدت این بار w در واحد طول، نیوتن بر متر (N/m)، بیان می شود.

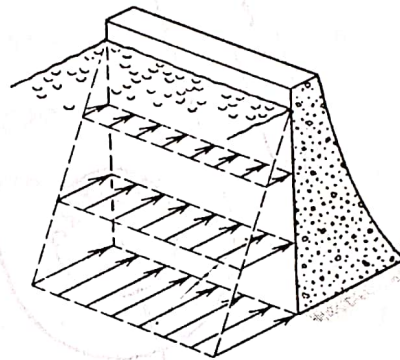
بارگسترده سطحی. که در سطح اعمال می شود مثل فشار هیدرواستاتیک آب بر بدنه داخلی یک سد، شکل ۵ - ۲ ب. شدت این بارگذاری برحسب نیرو بر واحد سطح (N/m^2) بیان می گردد. که واحد فشار است و پاسکال (Pa) نیز نامیده می شود. از آنجا که این واحد کوچک است ($6895 Pa = 1 lb/in.^2$)، در بسیاری از کاربردهای عملی از کیلو پاسکال (kPa) که $10^3 Pa$ می باشد و مگاپاسکال برابر با $10^6 Pa$ استفاده می شود.

بارگسترده حجمی. که به صورت گسترده بر حجم جسم اثر می کند، مثل اثر نیروی جاذبه. شدت بارگذاری، نیرو بر واحد حجم می باشد. در مورد نیروی ثقل، وزن مخصوص

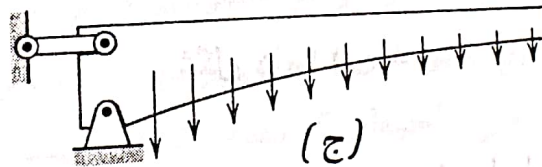
ρg است که ρ دانسیته (جرم در واحد حجم) نامیده می شود. و g شتاب ثقل است. واحد ρg $(\text{kg/m}^3)(\text{m/s}^2) = \text{N/m}^3$ می باشد. در شکل ۵-۲ ج، نیروی وزن سازه بصورت گسترده در نظر گرفته شده تا عکس العمل ها محاسبه گردند. در بخش A از این فصل بارگذاری وزن و در بخش B چند نوع بارگذاری گسترده مهم دیگر مطرح می شوند.



(الف)



(b)



(ج)

شکل ۵-۲

بخش الف. مرکز جرم و مرکز هندسی

۵-۲. مرکز جرم

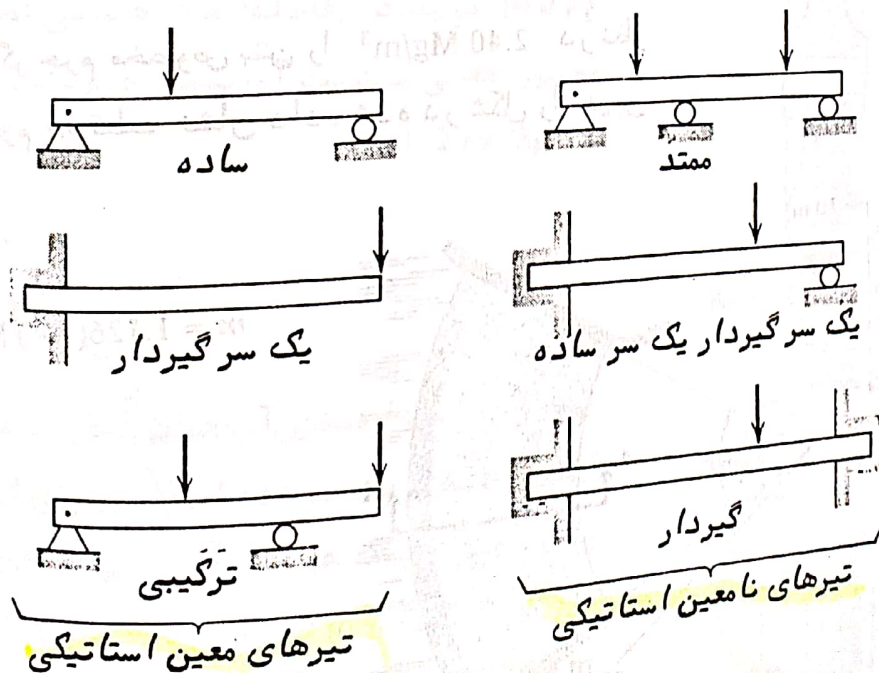
یک جسم سه بعدی را صرفنظر از اندازه و شکل آن، به جرم m در نظر می گیریم. این جسم را به هر نحو که مطابق شکل آویزان کنیم تحت اثر کشش کابل و نیروی وزن W در تعادل می ماند. بدیهی است نیروی وزن باید هم راستا با کشش کابل قرار گیرد. اگر این جسم از نقاط A، B و C آویخته شود ملاحظه می کنیم که راستای نیروی وزن در این سه حالت، هم دیگر را در نقطه G قطع می کنند. این نقطه مرکز ثقل نامیده می شود. یک آنالیز دقیق به این خاطر که همگی باید به سمت مرکز: ۱. یکدیگر متفاوت می باشند،

بخش ب. موارد خاص

۵-۶. تیرها

تیرها، عضوهای سازه‌ای هستند که در برابر خمش مقاومت می‌کنند. این اعضا معمولاً منشوری و بلند بوده و تحت اثر بارگذاری جانبی قرار می‌گیرند. تیرها بی‌شک مهم‌ترین عضوهای سازه‌ای می‌باشند و لازم است دقیقاً "قوانین حاکم بر رفتار آنها مطالعه شود. جهت بررسی ظرفیت باربری تیر لازم است تعادل استاتیکی کل تیر و هر قسمت از آن مورد مطالعه قرار گیرد. در مرحله بعد رابطه بین بارگذاری و نیروی داخلی بوجود آمده در تیر تعیین می‌گردد. در مرحله اول که بررسی تعادل تیر است روابط استاتیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. حال آنکه در مرحله بعدی که تعیین رابطه خمش می‌باشد، از مقاومت مصالح کمک گرفته می‌شود.

(الف) انواع تیر. چنانچه تکیه‌گاه‌های تیر به نحوی فراهم شود که بتوان به کمک روابط تعادل استاتیکی نیروهای بوجود آمده در آنها را تعیین کرد، تیر را از نظر استاتیکی معین می‌گویند. در غیر این صورت تیر از نظر استاتیکی نامعین بوده و برای آنالیز آن باید از روابط نیرو-تغییر شکل تیر کمک گرفت. در شکل ۵-۱۸، نمونه‌هایی از این دو حالت تیر نشان داده شده است. در این بخش تنها به آنالیز تیرهای معین استاتیکی می‌پردازیم.

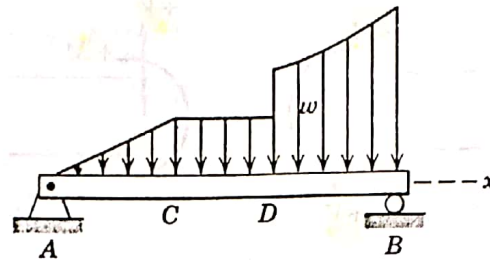


شکل ۵-۱۸

تیرها را می‌توان با توجه به بارگذاری خارجی نیز از یکدیگر تفکیک نمود. تیرهای نشان

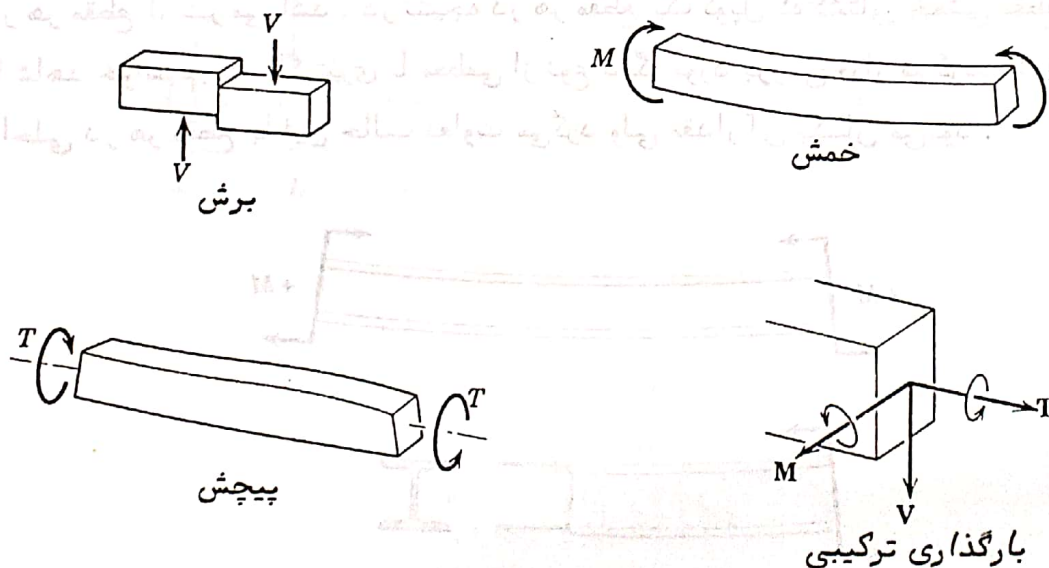
بارهای گسترده ۳۲۵

داده شده در شکل ۵-۱۸ در معرض بارهای متمرکز قرار دارند. حال آنکه تیر نشان داده شده در شکل ۵-۱۹، تحت اثر بارگذاری گسترده واقع شده است. این بارگذاری بر حسب شدت آن w بر متر طول تیر بیان می‌شود. این بارگذاری می‌تواند ثابت، متغیر، پیوسته، یا غیر پیوسته باشد. بارگذاری اعمال شده به تیر شکل ۵-۱۹، از A تا C متغیر، از C تا D ثابت و در نقطه D دارای ناپیوستگی است. در نقطه C ، عدم پیوستگی در شدت بار نداریم ولی تغییرات شدت بار dw/dx در این نقطه پیوسته نمی‌باشد.



شکل ۵-۱۹

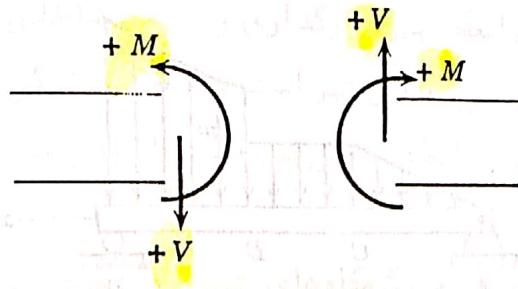
(ب) برش، خمش و پیچش. علاوه بر نیروی محوری کششی یا فشاری تیر در برابر برش، خمش و پیچش نیز مقاومت می‌کند. این سه تاثیر در شکل ۵-۲۰ نمایش داده شده است. نیروی برشی، گشتاور خمشی و گشتاور پیچش را به ترتیب با V ، M و T نشان می‌دهیم.



شکل ۵-۲۰

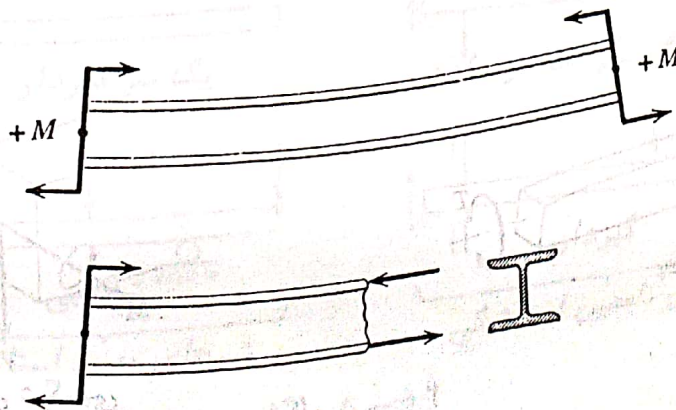
ابتدا نظر خود را به تیر تحت اثر برش V و خمش M معطوف می‌کنیم. این حالت در

شکل ۵-۲۱ نشان داده شده است. از اصل عمل و عکس العمل در می یابیم که جهت این نیروها بر دو قسمت باید عکس یکدیگر باشد. گاه بدون انجام محاسبه نمی توان به راحتی گفت که برش یا خمش در مقطعی از تیر منفی است یا مثبت. برای انجام آنالیز جهت نیروهای داخلی V و M را مثبت در نظر می گیریم چنانچه بعد از انجام محاسبه جواب منفی بدست آمد، نتیجه می گیریم که جهت فرض شده درست نبوده و باید تصحیح گردد.



شکل ۵-۲۱

به منظور دست یافتن به درک فیزیکی بهتر، تیر نشان داده شده در شکل که در دو انتها در معرض گشتاور خمشی مثبت قرار دارد را بررسی می کنیم. مقطع تیر از نوع H است، جان تیر نازک و بال های آن نسبتاً ضخیم می باشد. به همین خاطر می توان از ظرفیت باربری جان صرف نظر کرد. ملاحظه می گردد که تحت اثر خمش، بال بالایی تیر فشرده شده و بال پایینی آن کشیده می شود. نتیجه یک نیروی فشاری در بال بالایی و یک نیروی کششی در بال پایینی در هر مقطع از تیر می باشد. در نتیجه در هر مقطع یک کویل که گشتاور خمشی مقطع می باشد را شاهد خواهیم بود. اگر تیری با مقطعی از نوع دیگر مورد بررسی قرار می گرفت توزیع نیروی داخلی در هر مقطع با این حالت تفاوت می کرد ولی مقدار آن یکسان می بود.

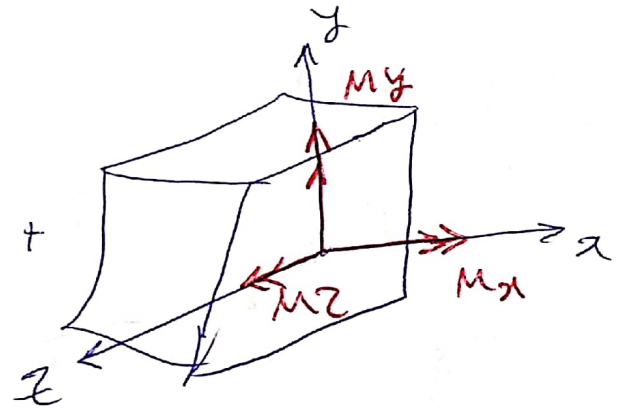
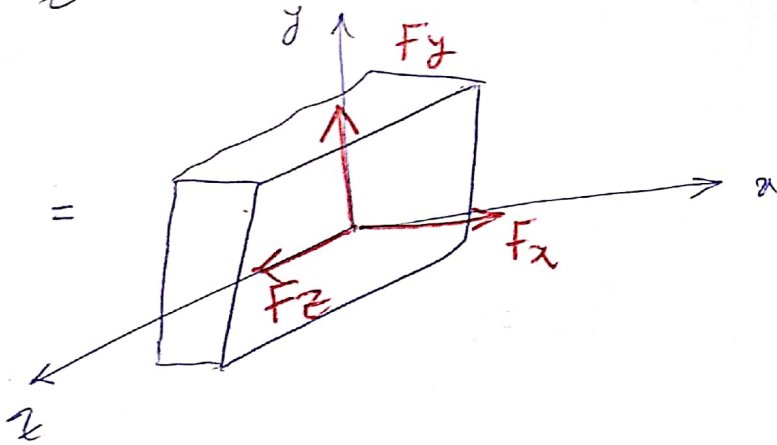
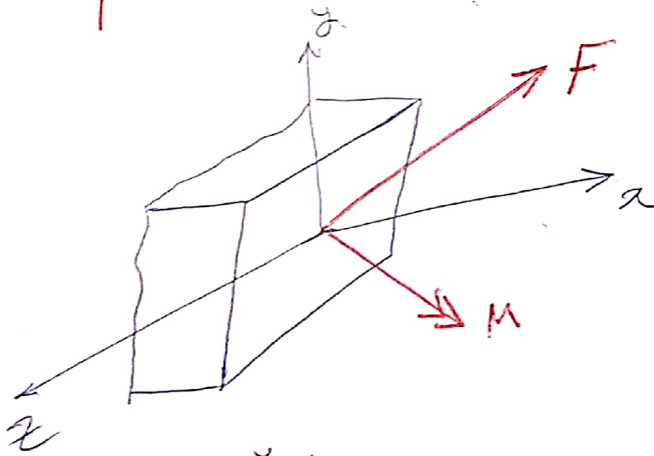
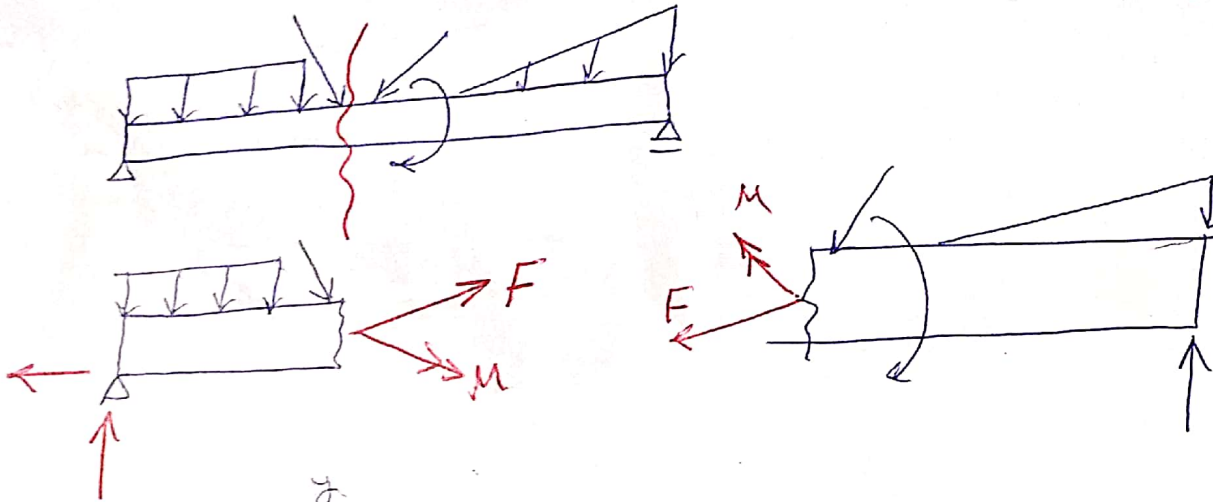


شکل ۵-۲۲

با دانستن مقدار V و M در مقاطع مختلف در طول تیر می توان به طرح آن مبادرت



شیر و گره داخلی :



۸۰

دسته بندی نیروها:

نیروی محوری (نیرو در امتداد محور طولی تیر) مانند نیروی محوری کششی یا فشاری خالص

$P = F_x$
(Axial Force)

نیروهای مماس بر سطح مقطع بریده شده (نیروهای برشی)

$V_y = F_y$
 $V_z = F_z$
(Shear Force)

در مفهوم افقی ناشی از نیروها در مفهوم xz هسته

لنگر (لنگر خمشی)

$\left. \begin{matrix} M_y \\ M_z \end{matrix} \right\}$

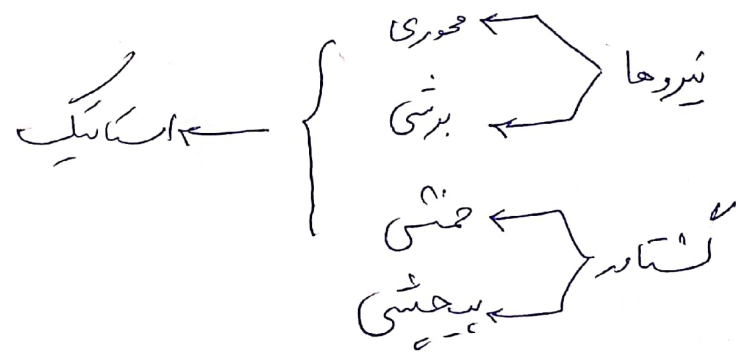
(Bending Moment)

در مفهوم xy هسته

لنگر (لنگر پیچشی) ناشی از نیروها

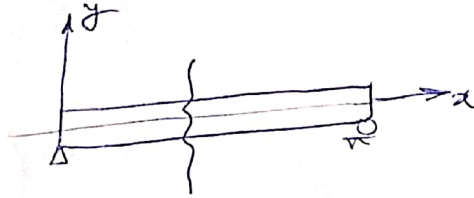
M_x

(Torsional Moment)

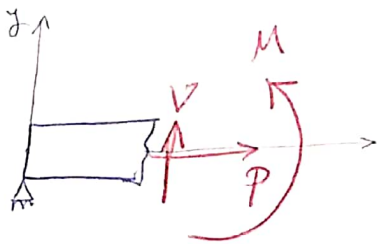
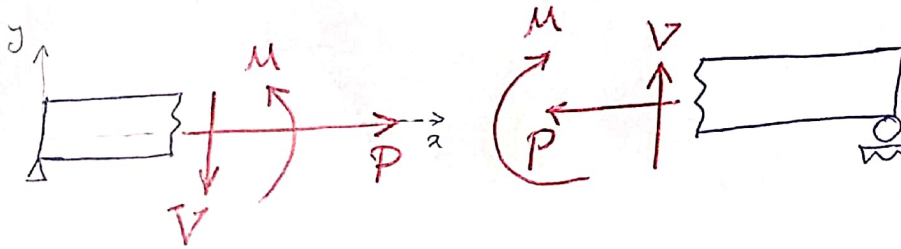


قرار دادها علامت مثبت بر نیروها داخلی:

الف) سیمبلی: موافق با دستگاه مختصات کارتزین



ب) در سیمبلی:



۱! موافق دستگاه مختصات کارتزین

هدف: بررسی نحوه تغییرات نیروها داخلی در یک تیر:

نحوه رسم دیاگرام

۱! محاسبه عکس العمل های خارجی تیر

۲ ایجاد یک مقطع عرضی در تیر و رسم دیاگرام آزاد (با در نظر گرفتن چهار آزادی)

۳ اعمال معادلات متوازن و یافتن نیروها داخلی تیر در مقطع مورد نظر

۴ انجام مراحل دو و سه برای کلیه بخش های تیر که بین بارها تمرکز و در محدوده بارهای گسترده و قبل یا بعد از بارها گسترده واقع شده اند.

در رابطه w است. بدین ترتیب اگر شدت بار را بصورت $w = kx$ داشته باشیم، انتظار خواهیم داشت که توان x در رابطه برش دو و در رابطه گشتاور خمشی سه باشد. از ترکیب دو رابطه $۵ - ۱۰$ و $۵ - ۱۱$ می توان رابطه زیر را بدست آورد.

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -w$$

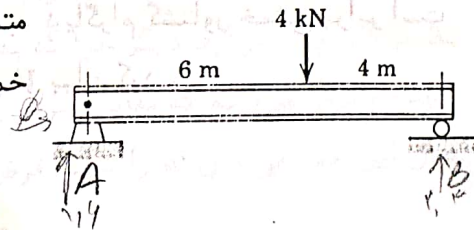
(۵-۱۲)

با این حساب چنانچه رابطه شدت بار را بصورت معلوم داشته باشیم، با دو بار انتگرال گیری می توان رابطه بیانگر گشتاور خمشی M را بدست آورد. این روش زمانی کاربرد دارد که w تابعی پیوسته از x باشد. چنانچه تیر در بیش از یک صفحه تحت اثر خمشی قرار گیرد، آنالیز آن در هر صفحه بطور جداگانه انجام می گیرد. سپس می توان نتایج حاصله را بصورت برداری با هم ترکیب کرد.

$$0 = (M_b + M) - x_b (V_b + V) + \frac{x_b^2}{2} \frac{dw}{dx} + 1A$$

تمرین نمونه ۵-۷

به تیر دو سر مفصل نشان داده شده در شکل نیروی متمرکز ۴-kN بطور قائم وارد می شود. توزیع برش و گشتاور خمشی را در این تیر بدست آورید.



حل. با توجه به دیاگرام آزاد کل تیر می توان عکس العمل های آنرا تعیین کرد.

$$R_1 = 1.6 \text{ kN} \quad R_2 = 2.4 \text{ kN}$$

در فاصله x از تکیه گاه سمت چپ تیر را برش داده و دیاگرام آزاد دو قسمت تیر را رسم می کنیم. با نوشتن روابط تعادل برای قسمت سمت چپ

$$[\sum F_y = 0] \quad 1.6 - V = 0 \quad V = 1.6 \text{ kN}$$

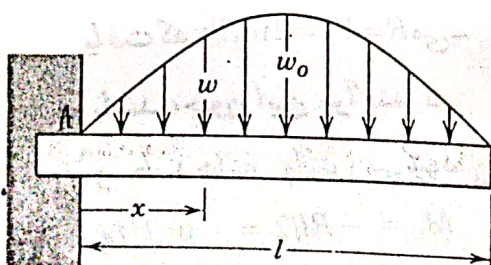
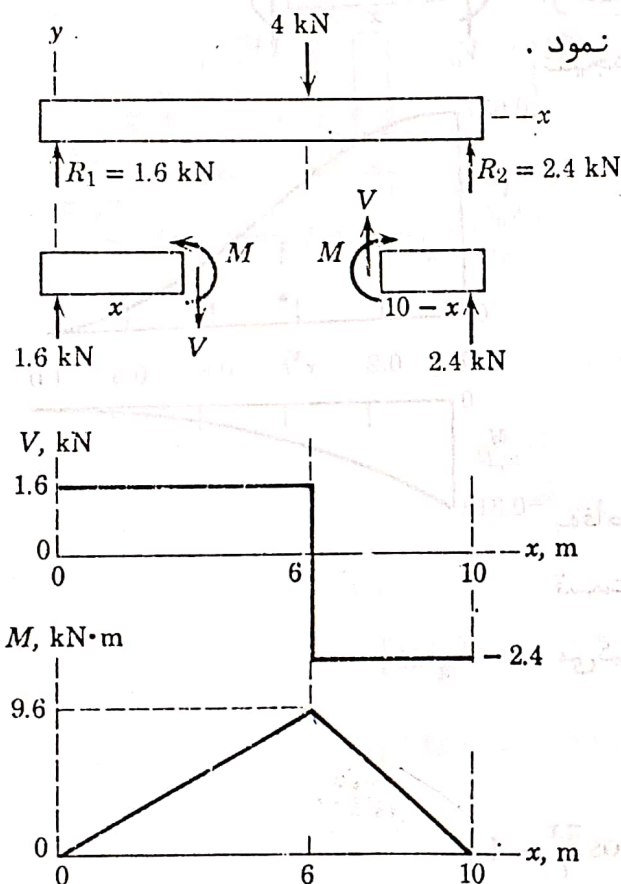
$$[\sum M_{R_1} = 0] \quad M - 1.6x = 0 \quad M = 1.6x$$

این مقادیر برای آن قسمت از تیر که در سمت چپ نیروی توجه: موقعیت این برش نباید در 4-kN واقع است مورد قبول می باشد. با نوشتن روابط تعادل محل وارد شدن بار متمرکز باشد. برای قسمت سمت راست

$$\begin{aligned} [\sum F_y = 0] \quad V + 2.4 &= 0 \quad V = -2.4 \text{ kN} \\ [\sum M_{R_2} = 0] \quad -(2.4)(10 - x) + M &= 0 \quad M = 2.4(10 - x) \end{aligned}$$

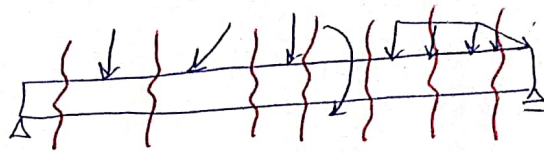
این مقادیر برای آن قسمت از تیر که در سمت راست نیروی 4-kN واقع است مورد قبول می باشد.

با توجه به نتایج بدست آمده می توان دیاگرام برش و گشتاور خمشی را مطابق آنچه در شکل آمده است رسم نمود.

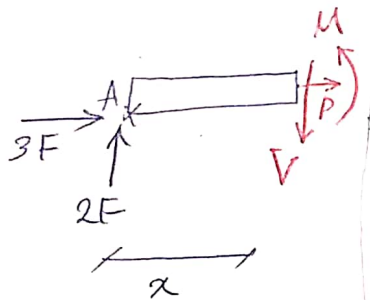
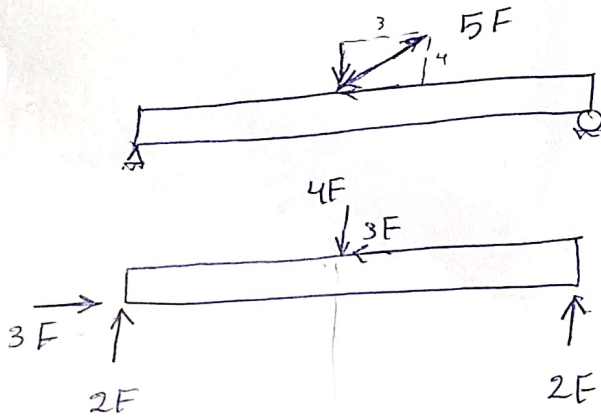


تمرین نمونه ۵ - ۸

تیر یک سر درگیر نشان داده شده تحت اثر بارگذاری گسترده مطابق شکل قرار می گیرد. شدت این $w = w_0 \sin(\pi x/l)$ می باشد. مقدار برش V و گشتاور خمشی M را بصورت تابعی از x/l بدست آورید.



مثال ۱: تیر ساده نشان داده شده تحت بار متمرکز $5F$ وارد دارد. مطلوب است رسم دیاگرام تغییرات نیروهای محوری، برشی و گشتاوی در طول تیر:



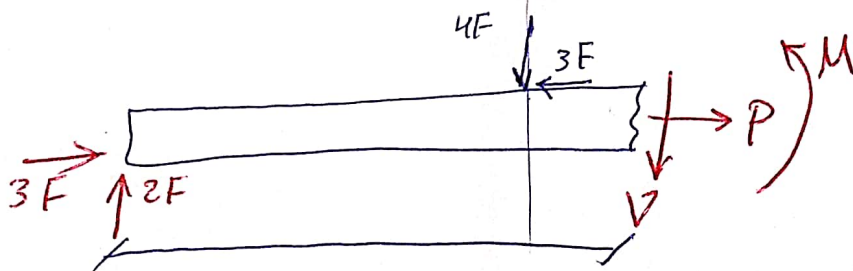
بدون توجه به جهت فقط جهت بار وارداتی را مد نظر داریم.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow P + 3F = 0 \rightarrow P = -3F$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 2F - V = 0 \rightarrow V = 2F$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow M = V \times a = 2Fa$$

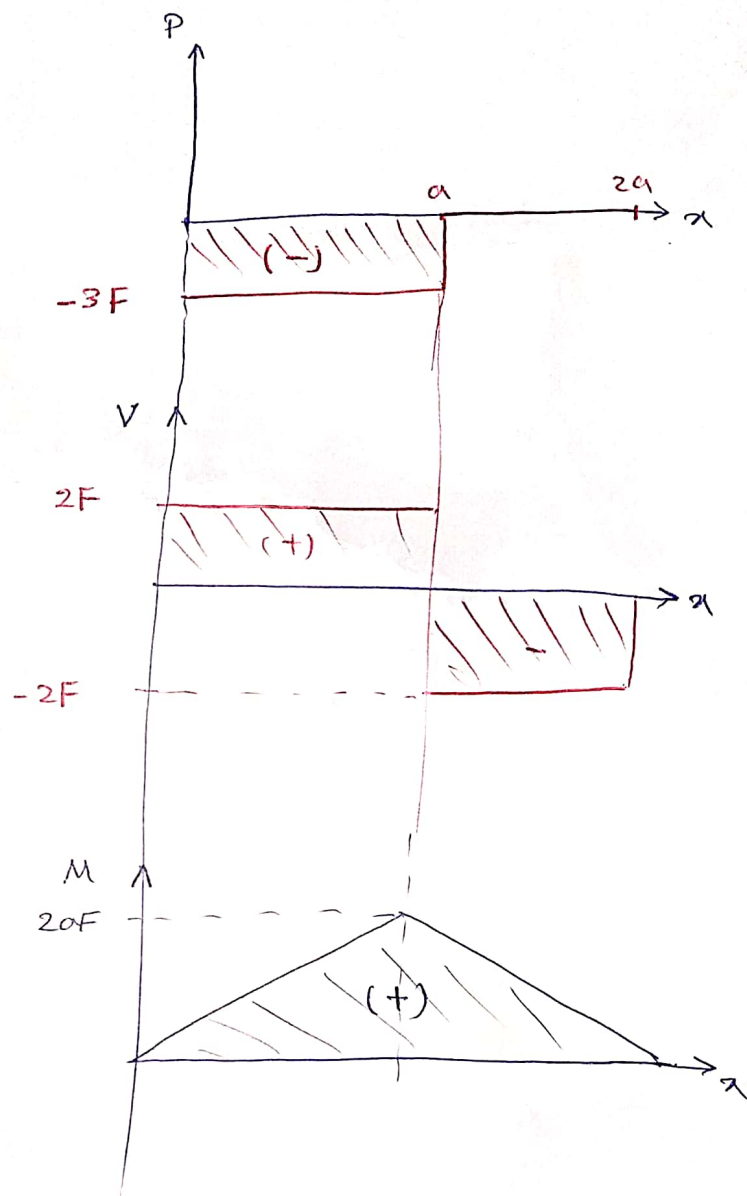
(معمولاً نمی‌توانیم این را داشته باشیم)



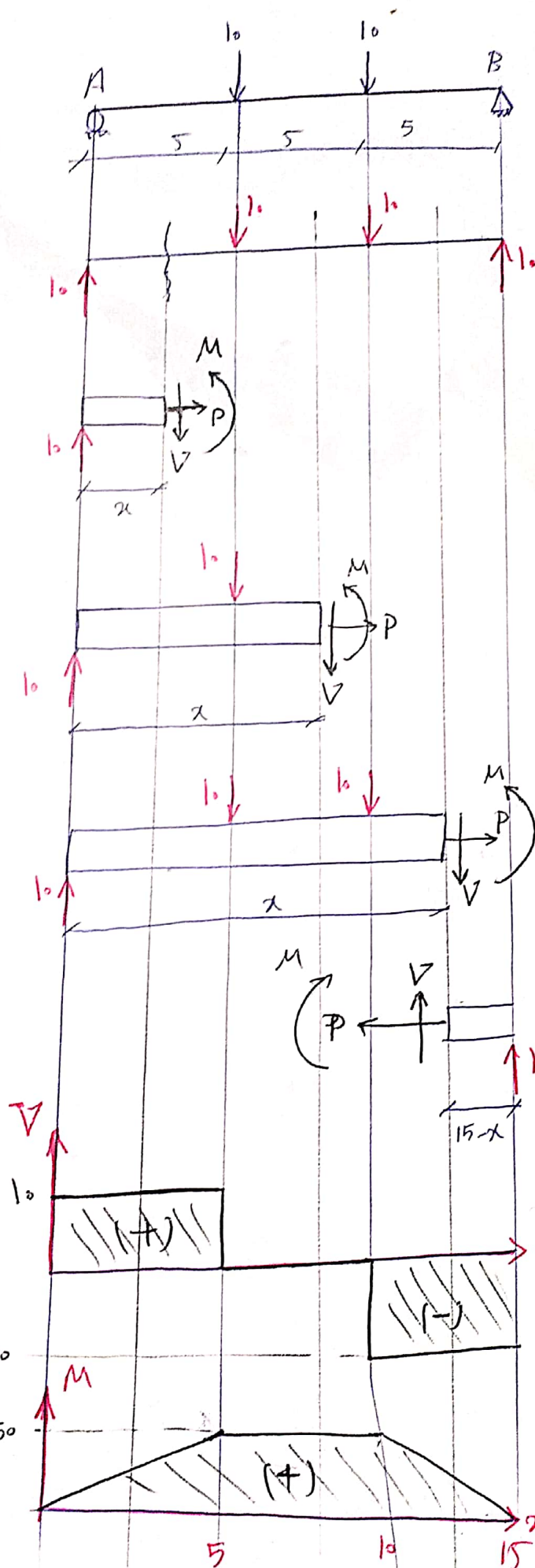
$$\sum F_x = 0 \rightarrow P + 3F - 3F = 0 \rightarrow P = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 2F - 4F - V = 0 \rightarrow V = -2F$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow M = 4Fa + V \times a = 2F(2a - a)$$



ستاد :

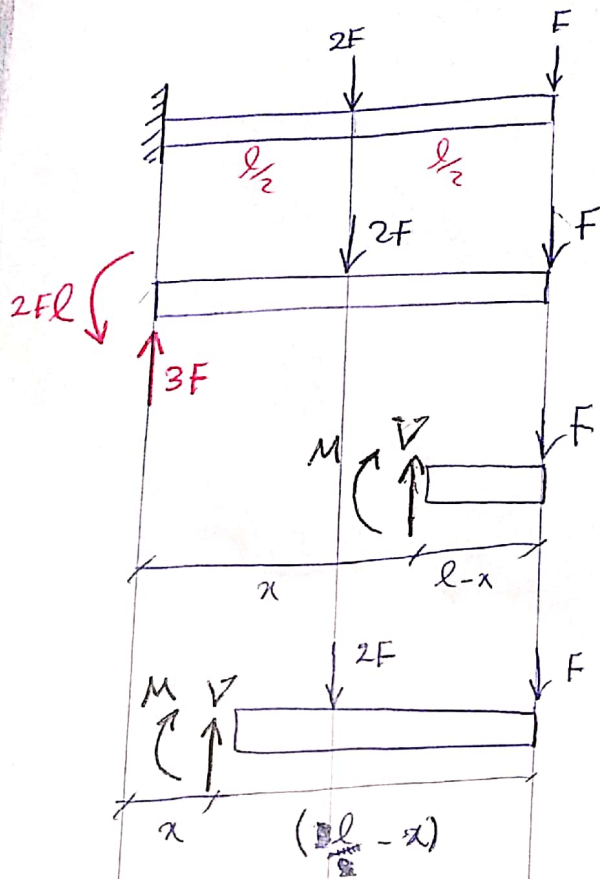


$$\begin{cases} P = 0 \\ \sum F_{y z} \rightarrow V = 10 & 0 < x < 5 \\ \sum M = 0 \rightarrow M = 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum F_{x z} \rightarrow P = 0 \\ \sum F_{y z} \rightarrow V = 0 & 5 < x < 10 \\ \sum M_A z \rightarrow M = 50 \end{cases}$$

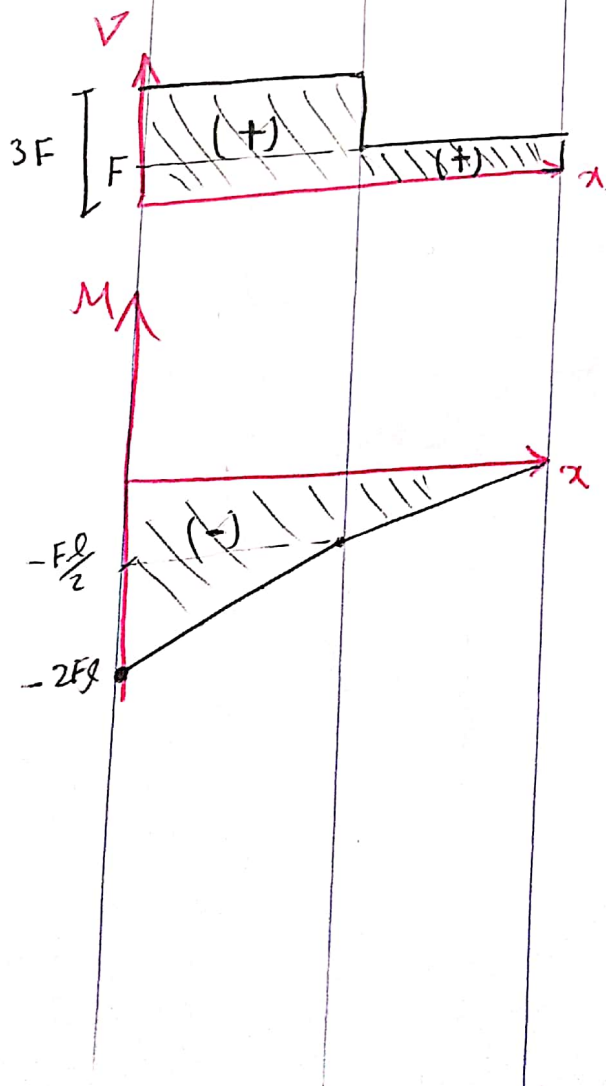
$$\begin{cases} \sum F_{x z} \rightarrow P = 0 & 10 < x < 15 \\ \sum F_{y z} \rightarrow V = -10 \\ \sum M_A z \rightarrow M = 50 + 100 - 10x = 10(15 - x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum F_{x z} \rightarrow P = 0 & 10 < x < 15 \\ \sum F_{y z} \rightarrow V = -10 \\ \sum M_B z \rightarrow M = 10(15 - x) \end{cases}$$



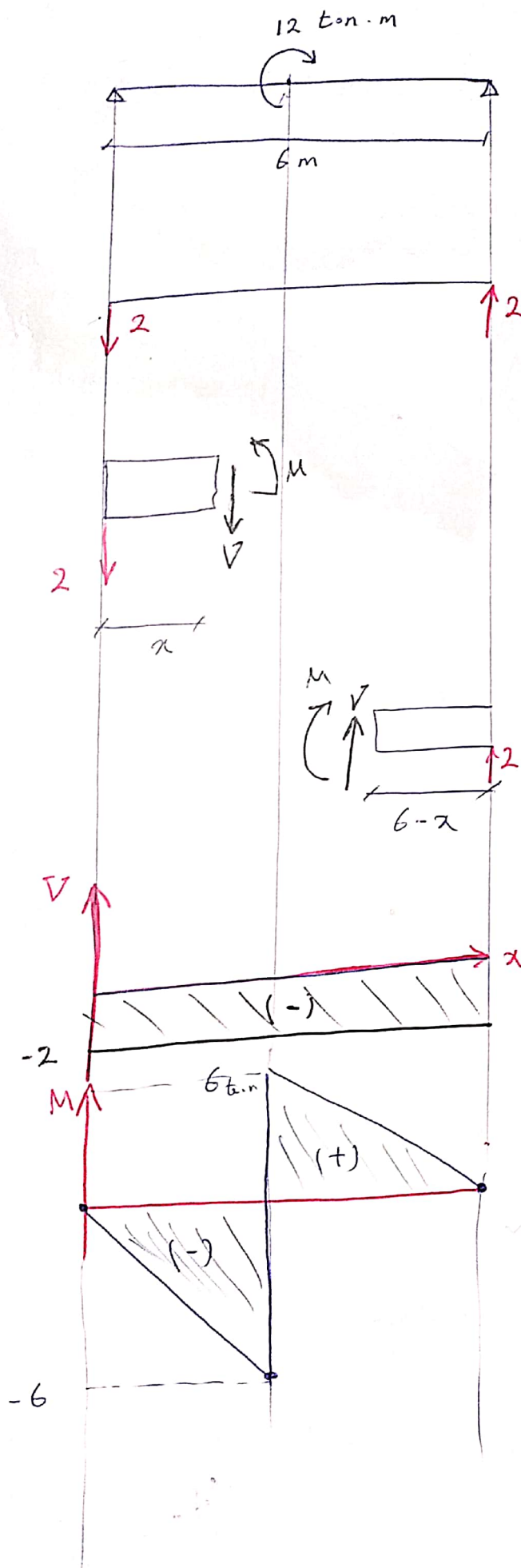
$$\begin{cases} \sum F_{y z_0} \rightarrow V = F \\ \sum M_{B z_0} \rightarrow M = -F(l-x) \end{cases} \quad \frac{l}{2} < x < l$$

$$\begin{cases} \sum F_{y z_0} \rightarrow V = 3F \\ \sum M_{B z_0} \rightarrow M = 2F \times \frac{l}{2} - 3F(l-x) \\ = Fl - 3Fl + 3Fx \\ = F(3x - 2l) \end{cases}$$



کنترل با توجه به سازه و عمل

حل



$$\begin{cases} V = -2 \\ M = -2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = -2 \\ M = 2(6-x) \end{cases}$$

۱! وجود انفصال در نمودار برش، به علت وجود بار متمرکز می باشد. میزان انفصال به همان اندازه بار متمرکز می باشد.

۲! در دیاگرام نگر بخشی، زیر بار متمرکز مائیم، شکستگی رخ می دهد.

۳! اگر تکیه گاه ها، مفصلی یا غلتکی باشند و در دهانه تیر قرار داشته باشند، نگر بخش صفر می باشد.

۴! در هر تکیه انحرافی تیر آزاد باشد، نگر بخشی صفر است.

۵! وجود نگر متمرکز در دیاگرام نگر لب انفصال می شود. لیکن تأثیر آن در برش ندارد.

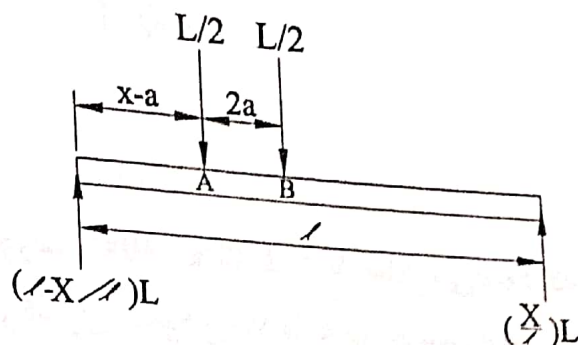


$$M_A = \frac{\ell - x}{\ell} L(x - a) = \frac{L}{\ell} (-x^2 + [a + \ell]x - a\ell)$$

$$\frac{dM_A}{dx} = \frac{L}{\ell} (-2x + a + \ell) = 0 \rightarrow x = \frac{a + \ell}{2}$$

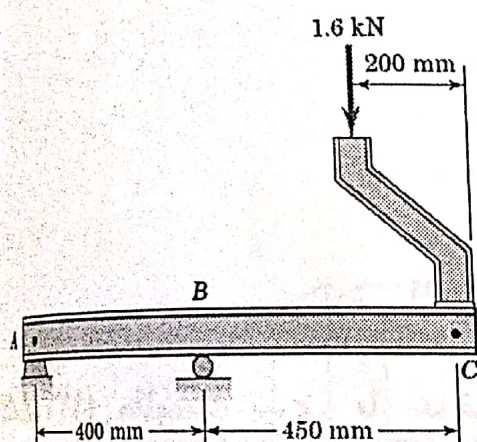
$$M_{A_{max}} = \frac{L}{4\ell} (\ell - a)^2$$

$$M_{B_r} = \frac{a + \ell}{2} = \frac{L}{4\ell} (\ell^2 - 2a\ell - 3a^2) < M_A$$



(با توجه به تقارن، گشتاور خمشی ماکزیمم معادل و دیگری در $x = \frac{\ell - a}{2}$ رخ می دهد).

I (۱۳۵-۵۵) قطعه زاویه داری بر انتهای C تیر I شکل جوش شده است و نیروی عمودی 1.6kN را تحمل می کند. گشتاور خمشی در B و فاصله x از سمت چپ C که گشتاور خمشی در آن صفر می شود را تعیین کنید. همچنین، نمودار گشتاور را برای این تیر ترسیم کنید.



$$M_C = 1.6(0.200) = 0.32 \text{ kN.m}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow 0.48 + 0.32 - 0.85(1.6) = 0$$

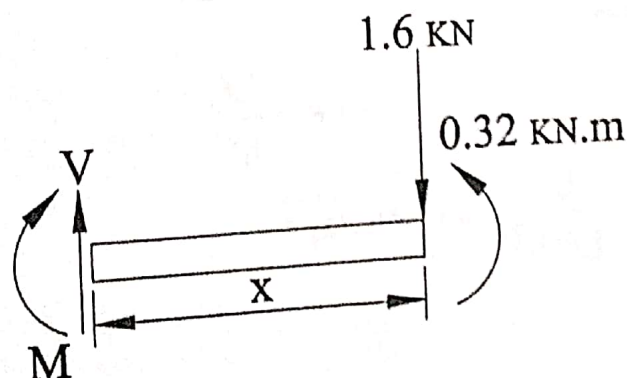
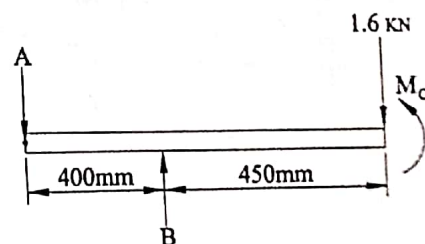
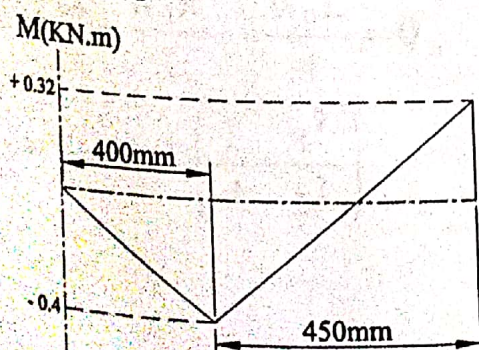
$$\rightarrow B = 2.6 \text{ kN}$$

$$\Sigma F = 0 \rightarrow A + 1.6 - 2.6 = 0 \rightarrow A = 1.0 \text{ kN}$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow 0.32 - 1.6x - M = 0 \rightarrow M = 0.32 - 1.6x$$

$$@B: x = 0.45 \text{ m} \rightarrow M_B = -0.40 \text{ kN.m}$$

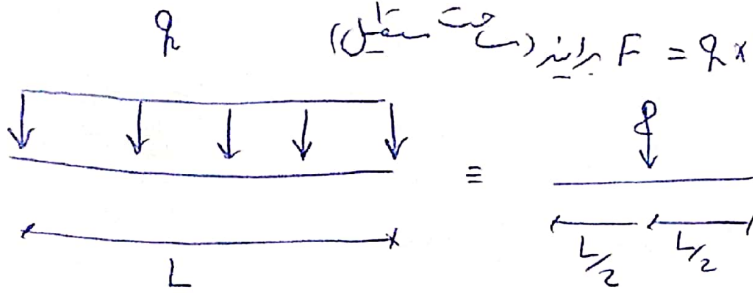
$$@M = 0 \rightarrow x = \frac{0.32}{1.6} = 0.2 \text{ m}$$



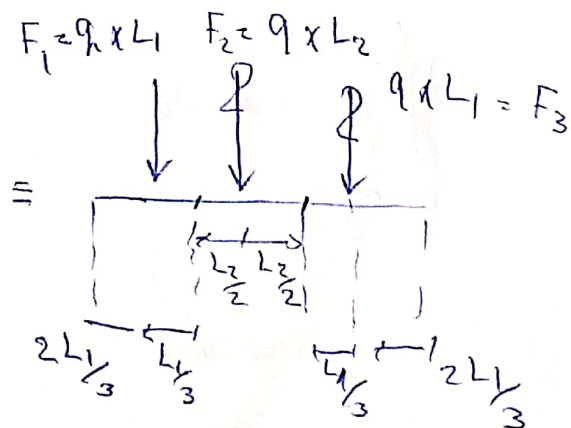
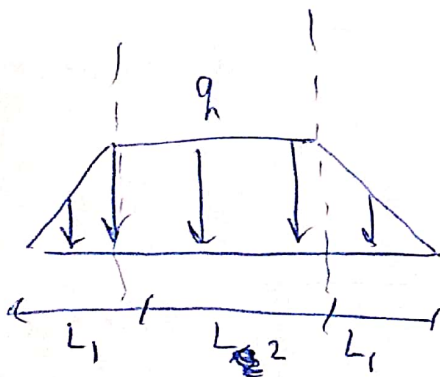
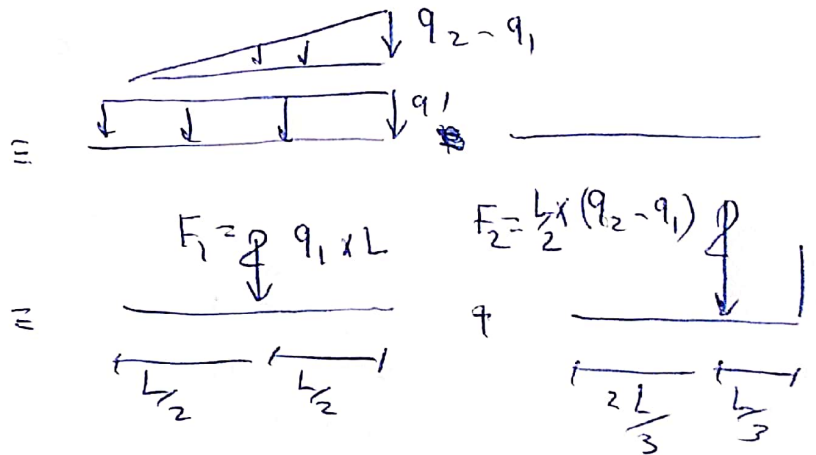
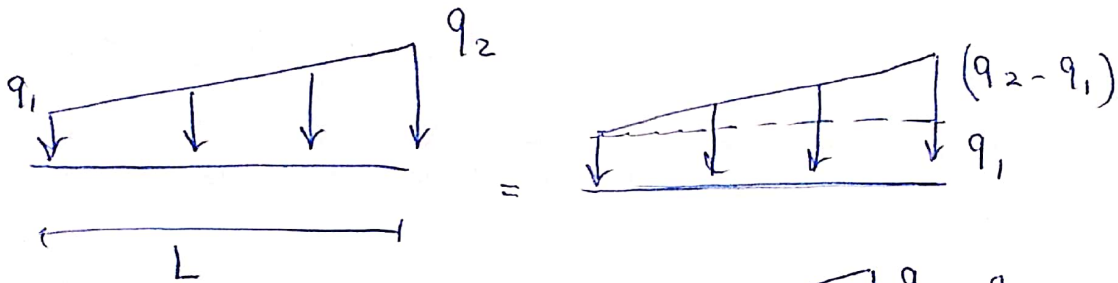
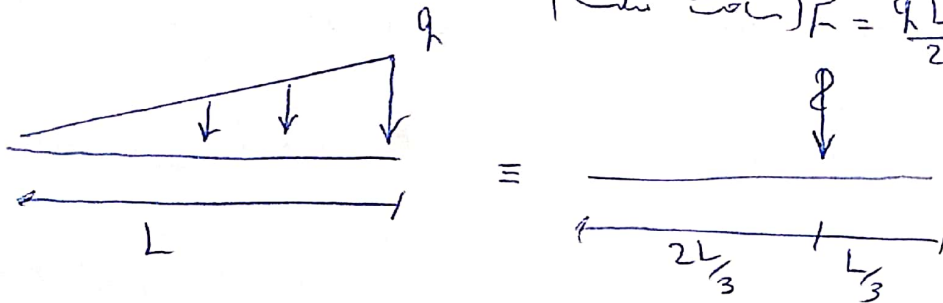
برای بار گسترده :

$$F = q \times L \quad (\text{محت ساق})$$

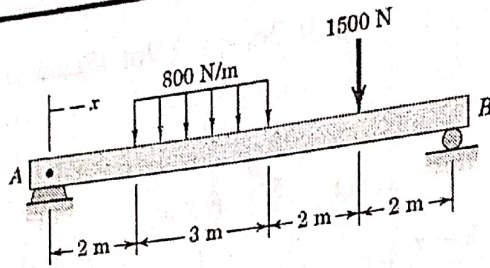
برای بار : سطح زیر نمودار



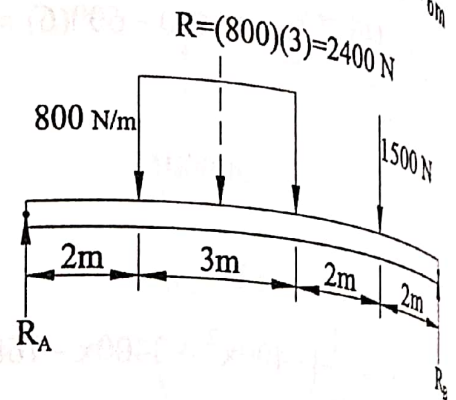
$$F = \frac{qL}{2} \quad (\text{محت مثلث})$$



۱۳۶ تیری تحت بارهای گسترده و متمرکز قرار دارد. نمودارهای برش و گشتاور را برای این تیر ترسیم کنید. مقادیر برش و گشتاور در $x = 6m$ چقدر است؟

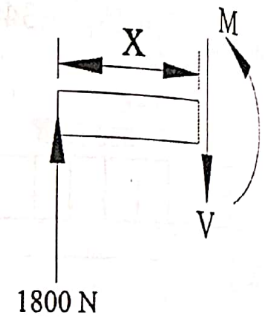


$$\begin{cases} \Sigma M_A = 0 \rightarrow R_B(9) - 1500(7) - 2400(3.5) = 0 \\ \rightarrow R_B = 2100 \text{ N} \\ \Sigma F = 0 \rightarrow R_A - 2400 - 1500 + 2100 = 0 \\ \rightarrow R_A = 1800 \text{ N} \end{cases}$$



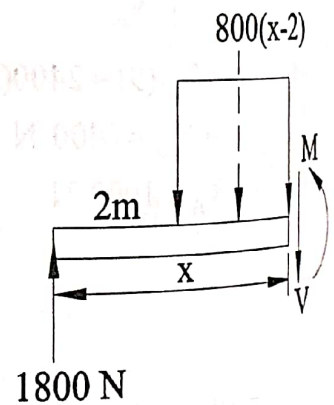
در محدوده $0 < x < 2m$ داریم:

$$\begin{cases} \Sigma F = 0 \rightarrow V = 1800 \text{ N} \\ \Sigma M = 0 \rightarrow M = 1800x \end{cases}$$



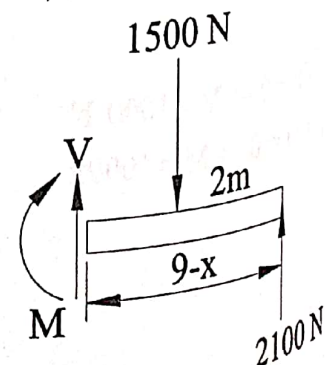
در محدوده $2m < x < 5m$ داریم:

$$\begin{cases} \Sigma F = 0 \rightarrow 1800 - 800(x-2) - V = 0 \\ \rightarrow V = 3400 - 800x \\ \Sigma M = 0 \rightarrow M + 800(x-2)\left(\frac{x-2}{2}\right) - 1800x = 0 \\ \rightarrow M = -400x^2 + 3400x - 1600 \end{cases}$$

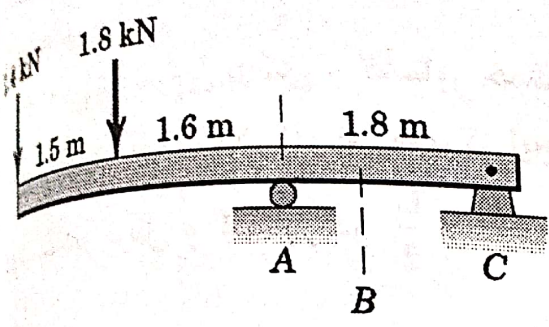
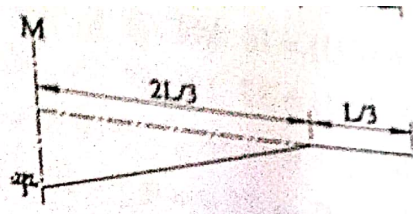


در محدوده $5m < x < 7m$ داریم:

$$\begin{cases} \Sigma F = 0 \rightarrow 2100 - 1500 + V = 0 \rightarrow V = -600 \text{ N} \\ \Sigma M = 0 \rightarrow -M - 1500(7-x) + 2100(9-x) = 0 \\ \rightarrow M = 8400 - 600x \end{cases}$$

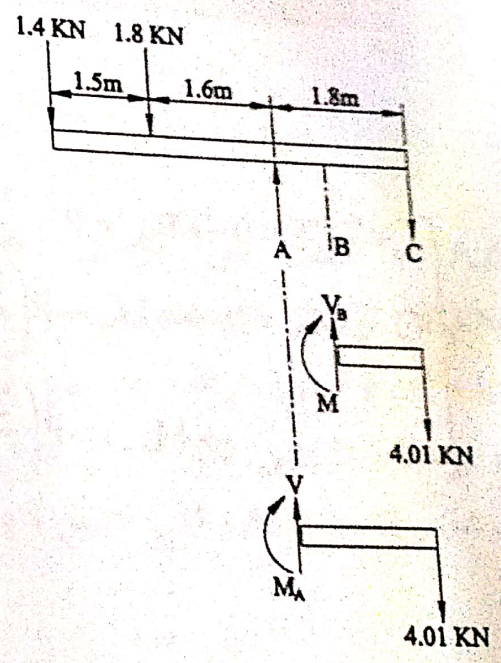


8x=2



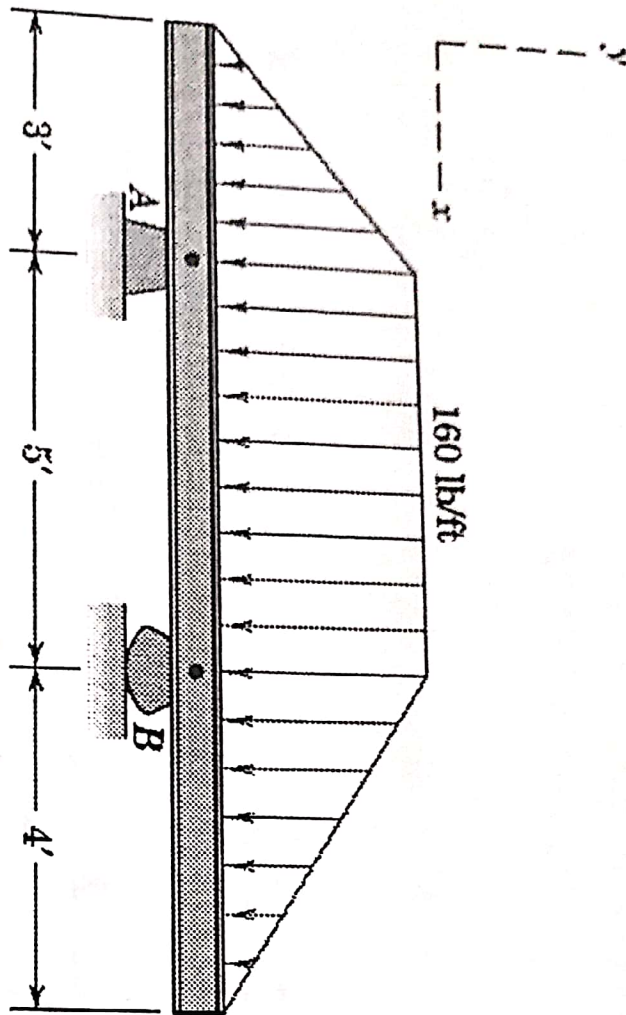
محاسبه برش V در مقطع B بین A و C و گشتاور M در تکیه گاه A را تعیین کنید.

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 &\rightarrow 1.4(3.1) + 1.8(1.6) - 1.8C = 0 \\ &\rightarrow C = 4.01 \text{ kN} \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow A - 4.01 - 1.4 - 1.8 = 0 \\ &\rightarrow A = 7.21 \text{ kN} \\ \sum F_x = 0 &\rightarrow V_B = 4.01 \text{ kN} \\ \sum M_A = 0 &\rightarrow M_A + 4.01(1.8) = 0 \\ &\rightarrow M_A = -7.22 \text{ kN.m} \end{aligned}$$



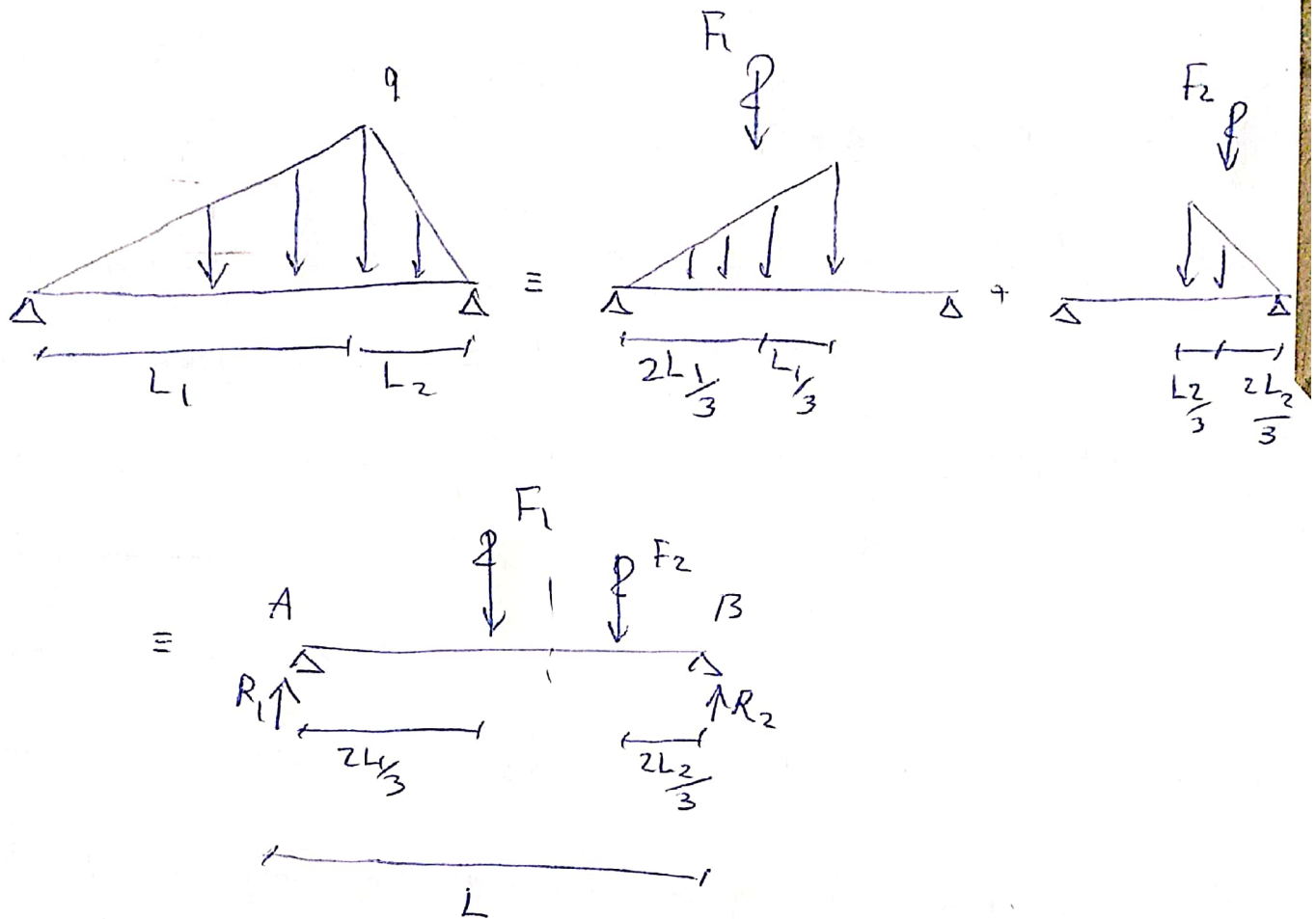
$$+\uparrow \Sigma F = 0 \rightarrow R_A - \frac{1}{2} w_0 L$$

$$\rightarrow R_A = \frac{1}{2} w_0 L$$



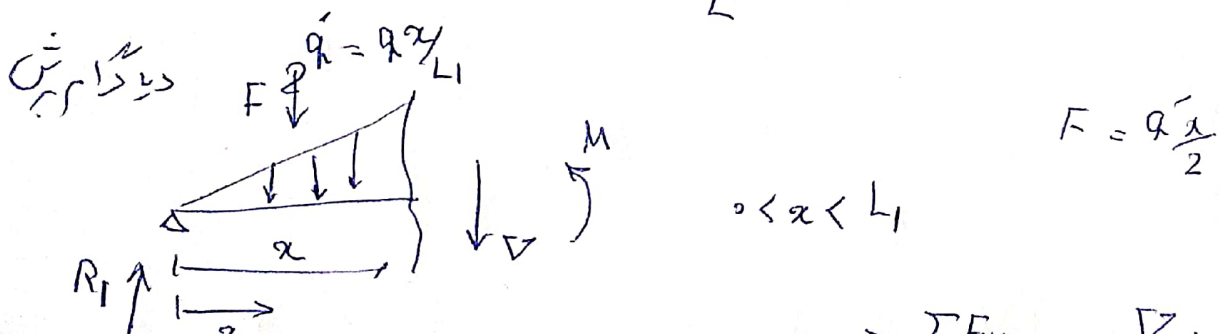
برای تعیین کنید.
عکس العمل در A و B را برای تیر

! J2



$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_1 \times L = F_2 \times \frac{2L_2}{3} + F_1 \times (L - \frac{2L_1}{3})$$

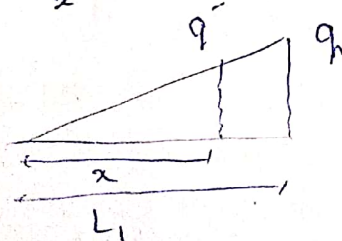
$$R_1 = \frac{(\quad)}{L}$$



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V + F = R_1$$

$$\rightarrow V = R_1 - F$$

$$V = R_1 - \frac{q' x}{2}$$



$$\frac{q'}{q} = \frac{x}{L_1}$$

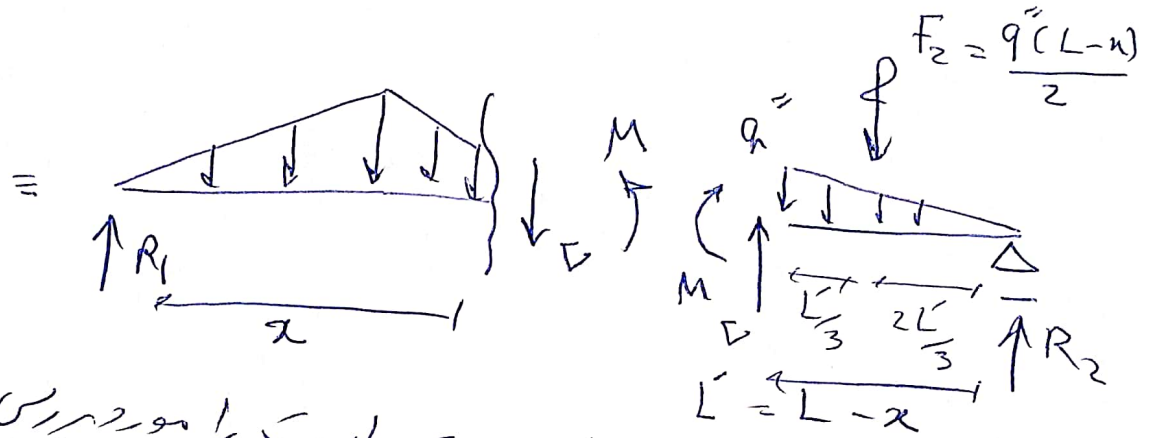
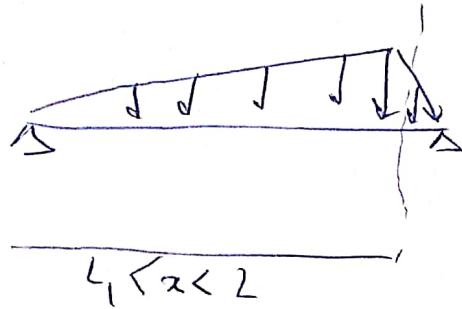
$$q' = \frac{q x}{L_1}$$

$$\Sigma M_o = R_1 \times x - F \times \frac{x}{3} + M$$

$$\rightarrow M = R_1 x - F \times \frac{x}{3}$$

در ادای بارهای شش، اگر بار $L_1 < x < L$ نباشد

فست
در ادای بار

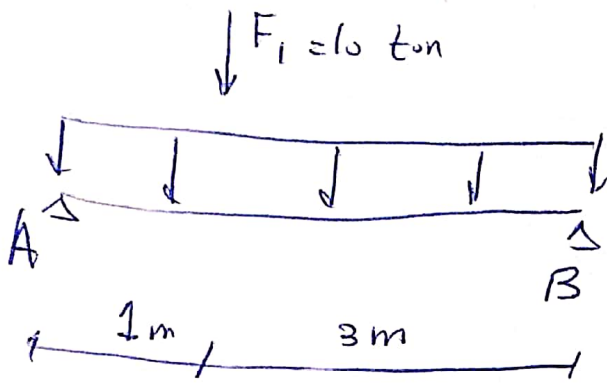


در این حالت که بار شش است، بار شش است، بار شش است، بار شش است، بار شش است، بار شش است.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V + R_2 = F_2$$

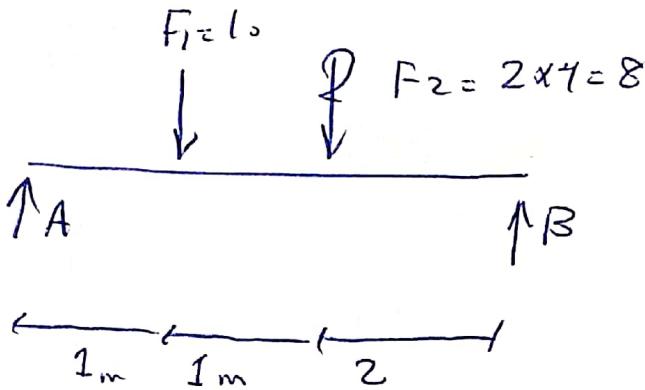
$$V = F_2 - R_2$$

$$M = R_2 \times (L - x) - F_2 \times \frac{L'}{3}$$



$$q = 2 \text{ t/m}$$

حل!



$$\sum M_B = 0 \rightarrow$$

$$A \times 4 = F_1 \times 3 + F_2 \times 2$$

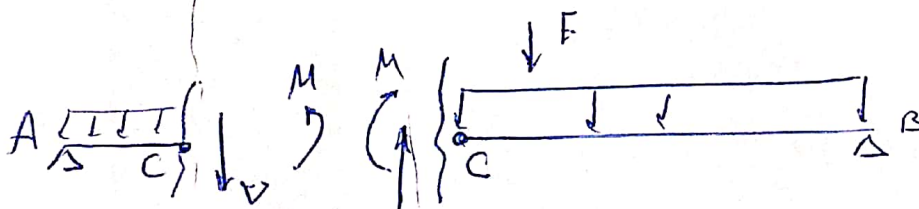
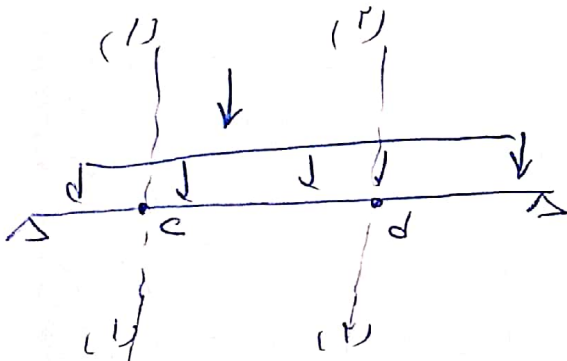
$$A = \frac{1}{4} (10 \times 3 + 8 \times 2) = 11.5$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A + B = F_1 + F_2$$

$$B = 10 + 8 - 11.5 = 6.5$$

حالت رسم دیا گام : با در قبل دھذا از هر بار مرکز و در میان هر بار مرکز

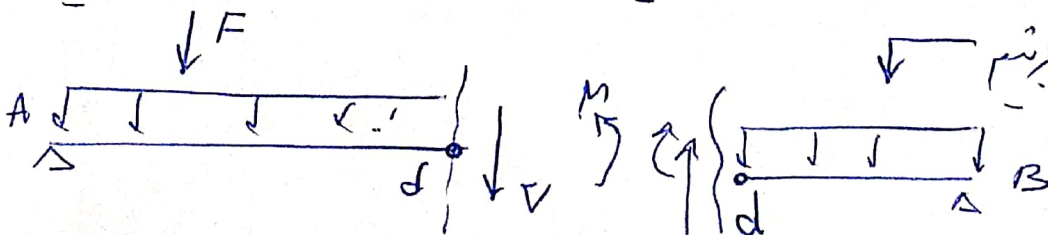
یک برش بنویسیم :



نقطه
از د-۱-۱ = برش بنویسیم ←

نیم سمت چپ

نیم سمت راست

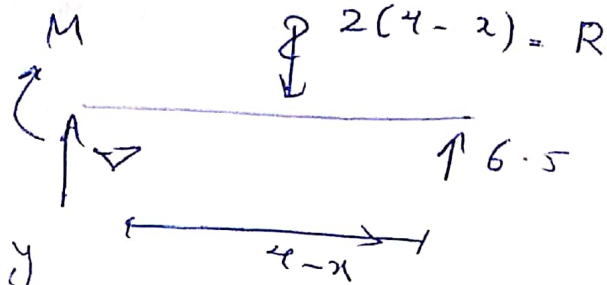


از برش ۲-۲ بنویسیم

$$V = 2(4-x) - 6.5$$

$$V = 1.5 - 2x$$

$$y = \frac{(4-x)}{2}$$



$$M = 6.5(4-x) - Rxy$$

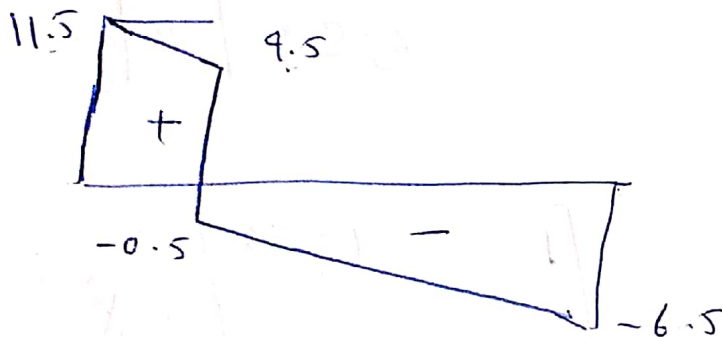
$$= 26 - 6.5x - 2(4-x) \times \frac{(4-x)^2}{2}$$

$$= 26 - 6.5x - (4-x)^2$$

$$= 26 - 6.5x - 16 - x^2 + 8x$$

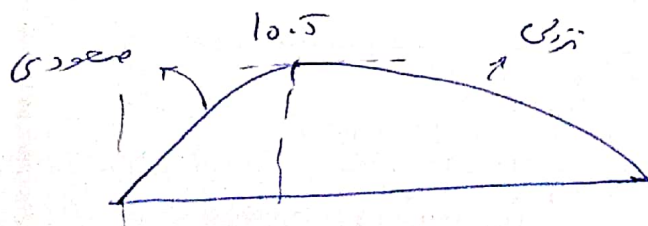
$$M = 10 - x^2 + 1.5x$$

$0 < x < 1 \quad V = 11.5 - 2x \quad \begin{matrix} x=0 \rightarrow V=11.5 \\ x=1 \rightarrow V=9.5 \end{matrix}$
 $1 < x < 4 \quad V = 1.5 - 2x \quad \begin{matrix} x=1 \rightarrow V=-0.5 \\ x=4 \rightarrow V=-6.5 \end{matrix}$



دیگر استریتا

$0 < x < 1 \rightarrow M = 11.5x - x^2 \quad \begin{matrix} x=0 \rightarrow M=0 \\ x=1 \rightarrow M=10.5 \end{matrix}$
 $1 < x < 4 \quad M = 10 + 1.5x - x^2 \quad \begin{matrix} x=1 \rightarrow M=10.5 \\ x=4 \rightarrow M=0 \end{matrix}$

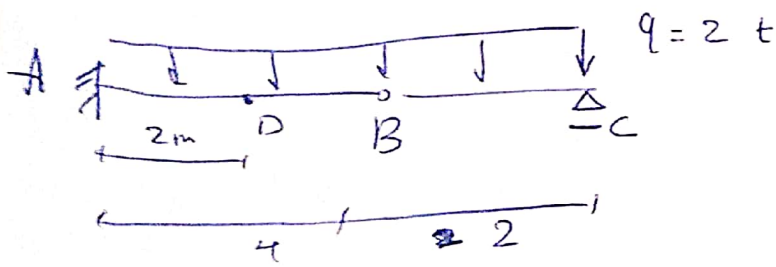


محدود یعنی مثبت

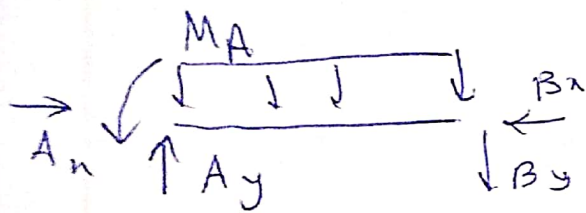
$$V = \frac{dM}{dx} = 11.5 - 2x$$

یعنی بیش
جایی که بیش مثبت است M محدود
نه منفی است M نزدی است

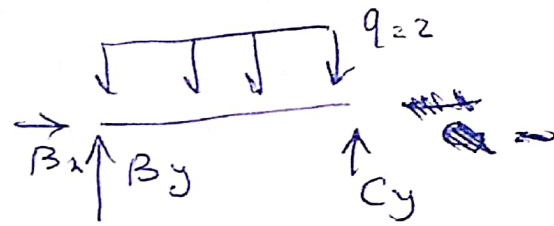
نکته: دیاگرام سازه را رسم کنید. دیاگرام تقاطع D را رسم کنید



راحت: ابتدا تحلیل سازه و تعیین عکس العمل ها
در این حالت باید مثل شکل کار با سازه را جدا کنید

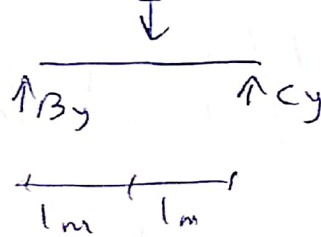


(1)



(2)

$$F = q \times 2 = 2 \times 2 = 4$$



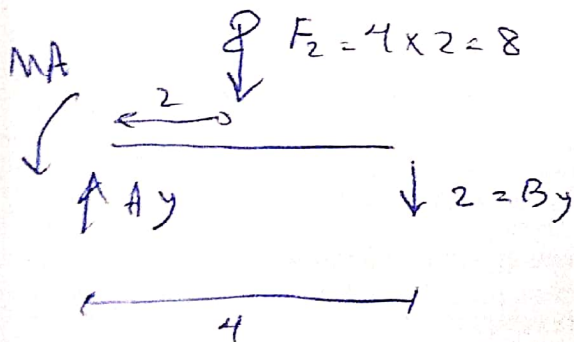
ابتدا از دیاگرام (2) داریم

$$\sum M_C = 0 \rightarrow B_y \times 2 = 4 \times 1 \rightarrow B_y = 2 \text{ ton}$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow C_y \times 2 = F \times 1 = 4 \times 1 \rightarrow C_y = 2$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x = 0$$

در دیاگرام (1)



$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_2 + B_y = A_y$$

$$10 = 8 + 2 = A_y$$

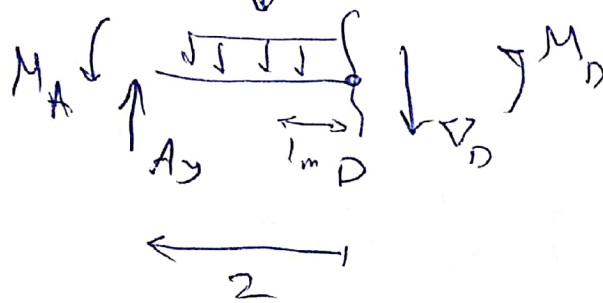
$$\sum M_A = 0 \rightarrow B_y \times 2 + F_2 \times 2 = M_A$$

$$2 \times 2 + 8 \times 2 =$$

$$24 = M_A$$

$$F = 2 \times 2 = 4$$

حال کے لئے سارے محیل نہ درجہ دے لیں



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_D = A_y - F$$

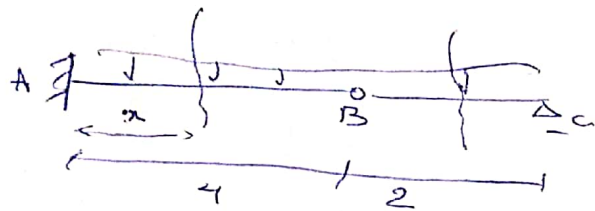
$$V_D = 10 - 4 = 6$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow$$

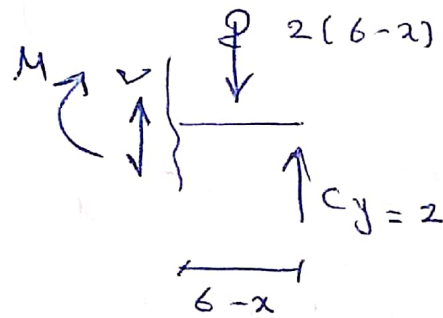
$$M_D = A_y \times 2 - F \times 1 - M_A = 10 \times 2 - 4 \times 1 - 24 = -8$$

حال سے کہہ دیگا اس رسم لیں

والا



حیدرآباد میں



$$V = 2(6-x) - 2 = 10 - 2x$$

$$M = C_y \times (6-x) - 2(6-x) \times \frac{(6-x)}{2}$$

$$= 2(6-x) - (6-x)^2$$

$$= (6-x)(2 - (6-x))$$

$$= (6-x)(x-4)$$

$$M = -(x-6)(x-4) = -(x^2 - 10x + 24) \rightarrow \text{تقریباً}$$

باید در نقطه $x=4$ (مضرب شود)

$$M = -(x-6)(x-4) \rightarrow \begin{matrix} x=4 \\ x=6 \end{matrix} \rightarrow \text{نقطه}$$

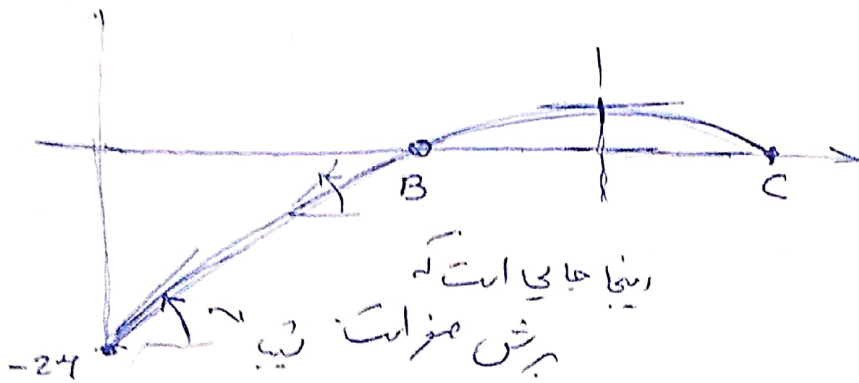
باید در $x=0$ $M=24$ باشد

$$M = -(0-6)(0-4) = -24$$

همه علت آنکه $M = -24$ بدست آمد و در حسابات مثبت بدست آوردیم

علت آن است که ما در حسابات جهت مثبت را $\downarrow$ فرض کردیم در رسم نمودار جهت مثبت را $\uparrow$ فرض کردیم

دیالام ندره سیم با تقوایس . نقطه شروع یعنی A ندره آن منفرست
 بکم 27 - است



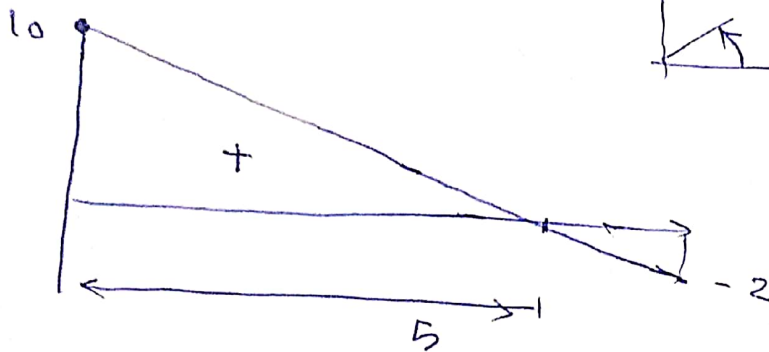
حقیقه در رسم دیالام:

(1) لب دیالام ندره مقدار برش است

$V = 10 - 2x$ در اینجا $V = \frac{dM}{dx}$

$0 < x < 5$

در سنی اول در فاصله 5 برش مثبت است
 پس لب ندره هم مثبت است



در اینجا مقدار برش از

10 به صفر رسید

لب ندره هم از مقدار 10 به صفر

رسید یعنی در ابتدا لب مثبت است

پس مقدار برش منفی نشود پس لب ندره هم
 باید منفی بشود

(2) با توجه به اینکه $V = \frac{dM}{dx}$ ، پس ندره در کجا به حالت ماکزیمم و مینیمم میرسد

حای که برش صفر باشد یعنی مشتق صفر باشد و تغییر علامت میدهد یعنی از حالت صعود به نزول
 برود ندره ماکزیمم است و ...